

# ÜDVÖZLET AZ ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA VILÁGÁBÓL

Nagy Valéria

**Absztrakt:** Az elmúlt több mint egy évtizedben – de a világjárvány időszakában még inkább – előtérbe került annak a kérdésnek a megválaszolása *Hogyan tanítsunk és tanuljunk ábrázoló geometriát a technikai fejlődés dinamikus változásainak közegében?* E rövid közlemény tulajdonképpen széljegyzet az ábrázoló geometria oktatás margójára egyetemi környezetben, ugyanakkor a leírtak minden oktatási szintet érintenek. Hazai és külföldi (szak)irodalmak, írásművek mondanivalóinak kiemelésével – támaszkodva a saját tapasztalatokra is – rámutat arra, hogy azok a (szak)módszertani megközelítések lehetnek helyesek és hatékonyak, amelyek nem tévesztik szem elől azt az örökérvényű „axiómát”, amelyet még 1777-ben a Ratio Educationis fogalmazott meg elsőként. Nevezetesen, hogy a geometria „... bámulatosan képezi az ifjak elméjét a helyes gondolkodásra és a tárgyakról való igaz fogalmaknak a megalkotására”. Továbbá „Fő gondunk itt arra irányuljon, hogy csak azokat a meghatározásokat és feladatokat vegyük föl, melyeknek alkalmazása és megfejtése a közéletben előfordul.” Kiegészítve e gondolatot azzal, hogy a személyiségformálásnak is (egyik) eszköze a rajzolás, ami még teljesebb lehet, ha a technikai, technológiai fejlettség is hozzájárul. A közlemény fontos megállapítása, hogy a tanítás–tanulás folyamatában Triplum modellként értelmezhető a tanító–tananyag–tanított viszonya, amely kapcsolatnak közvetlennek és dinamikusnak kell lennie. Továbbá a sokat hangoztatott tanítotti élmény mellett éppoly fontos a tanítói élmény is, ezért ezekkel – mint az oktatás mozgatórugóival, a jövő oktatási kihívásaival – kiegészülve pedig Quintuplum modell.

**Abstract:** Over the past decade, but even more so during the pandemic, the question of *How to teach and learn descriptive geometry in the context of dynamic changes in technical development?* has come to the fore. This short paper is, in fact, a side note on the margins of descriptive geometry education in a university community and sphere. However, these findings can be validated at all levels of education. Highlighting the statements of Hungarian and international (professional) literature and writings – relying on my own experience as well – point out that those (specialist) methodological approaches can be correct and effective, which do not lose sight of the eternal “axiom” was first formulated by the Ratio Educationis in 1777. Namely, that geometry “... amazingly trains young people’s minds to think correctly and create true concepts about objects”. Furthermore, “Our main care should be to make only those definitions and tasks whose application and decipherment occur in public life.” This idea must be supplemented by the fact that drawing is also (one of) the means of personality formation, and it can be even more complete if technical, technological development also contributes. An important finding of the paper is that the teacher – educational material – learner relationship can be interpreted as a Triplum model in the teaching–learning process, and the relationship must be direct and dynamic. Furthermore, the teaching experience is just as important in addition to the much-mentioned teaching experience. Complemented by these aspects, such as the drivers of education and the educational challenges of the future, the Quintuplum model is.

**Kulcsszavak:** geometria, tudománytörténet, inspiráció, „élménypoggyász”, leleményesség, „kekszes doboz”

**Keywords:** geometry, history of science, inspiration, “experience luggage”, ingenuity, “cookie jar”

## 1. Bevezetés

Az emberiség története során mindig is meghatározó szerepet játszott a világ megismerésére való igény. A téma okán induljunk ki abból, hogy a rajzot szinte mindenki megérti. A rajz/rajzolás tulajdonképpen tevékenységbe öltöztetett gondolkodás (gondolatsor, gondolatmenet), a gondolkodás pedig igazoltan

környezet által vezérelt folyamat, hajtóereje a kíváncsiság. Tudománytörténeti érdekességként pedig megemlíthető, hogy a geometria a hét szabad művészet egyike a quadriviumban az asztronómia (csillagászat), aritmetika (számтан) és zene mellett. Ez utóbbira még visszatér a közlemény a geometria oktatása során sikerrel kipróbálható módszerek között. A már említett 1777-es Ratio Educationis is utalt arra, hogy a geometria „... bámulatosan képezi az ifjak elméjét a helyes gondolkodásra és a tárgyakra való igaz fogalmaknak a megalkotására” (Friml, 1913). Az első rajzkönyvek (Sárvári, 1804; Beregszászi, 1822; Kövi, 1871a; Kövi, 1871b; Kövi, 1875; Maszák, 1873) pedig részletes útmutatást adtak a rajztanításhoz is és a rajzoláshoz is. De már jóval korábban magyar nyelvű és rendszerezett formájú, pedagógiai célzattal készült geometria tudásanyag (Apáczai, 1653) segítette a magyar nyelvű oktatást, külön figyelemmel a geometriai tárgyú nyelvújításra. Módszertani aspektusból a „gondolkodva látás” fejlesztése/kifejlesztése volt a cél és ehhez rendelkeztek különböző – ma is kiválóan alkalmazható – módszereket, mint például a táblai vázlatok és magyarázatok, vagy éppen a kérdve-kifejtő módszer.

Az előbbieken leírtak során inkább arra helyeződött a hangsúly, hogy miért is hasznos a geometria. De ismét idézve az első Ratio Educationisban foglalt tanulmányi rendre (a tanulmányok tervezetére és tantárgyaira) vonatkozó elvekből, körülményekből (Friml, 1913), nevezetesen, hogy a geometria „*tanulása csak a szorgalmasabbaknak engedtetik meg, akik ... a számtanból és a szépírásból kitűntek a többiek közül; közepes tehetségű és szorgalmú ifjaknak ismételt kérésükre megengedhető, a hanyagokat azonban mindenkorra ki kell zárni belőle. Tanítására hetenkint két-két órát kell szánni...*”; Itt már konkrétan megfogalmazódik, hogy kiknek az oktatására érdemes és kell hangsúlyt fektetni. Tovább haladva az is olvasható, hogy ezt az oktatási tevékenységet kik végezhetik és milyen formában történjen: „... rendkívüli tanítók és képesített korrepetitorok segítségével is igénybevehető ezen rendkívüli tárgyak tanítására”; „*Különböző alkalmaknál, ahol a geometriára, mechanikára stb. szükség van, tudnia kell magán és másokon segíteni.*”; „... a nagy szünetet és a többi szünetnapokat szűkebb határok közé kell szorítani. De azért még sem szabad az ifjúságot tanulmányai közben minden szellemi pihenéstől megfosztani. Inkább kívánatos, hogy ezek a pihenők ... bevezetessenek, de úgy, hogy az ifjúság szorgalmának jutalmául jusson hozzájuk és benső örömmel és haszonnal élvezze őket.” Bizonyítéka ez annak, hogy a tanító–tananyag–tanított közötti kölcsönös függőség és egymásra hatás folyamatai mindig is foglalkoztatták a nevelésben érdekelt feleket. Tekintettel arra, hogy a nevelés az oktatáson túlmutató tevékenység (az oktatás a nevelés részeként a tanítást és a tanulást is magában foglalja), ezért korunk felgyorsult világában az információk lényegének megjelenítése, átadása és befogadása kulcskérdés (Benedek, 2013). Figyelembe kell vennünk azonban azt is, hogy ugyanaz a környezet két személy számára nem azonos környezet. Tehát egy módszer kiválasztását és kipróbálását belső érték és/vagy külső erő egyaránt segítheti/avagy el is lehetetlenítheti. Az adott módszerek kipróbálását, értékelését a további lehetőségek felismerése követi, végső lépésben következhet a valamelyik melletti elköteleződés és a folyamatos diszkusszió, reflexió. Ennek okán időről időre születnek olyan tanulmánygyűjtemények, amelyek körbejárják, illetve

részletesen bemutatják a tanítási–tanulási folyamatokban rejlő újabb és újabb lehetőségeket/kihívásokat, valamint ösztönzőket/akadályokat. Köszönhetően egyrészt az Információs és Kommunikációs Technológia (IKT) folyamatos fejlődésének (Benedek, 2013), másrészt pedig az egyes pedagógiai módszerek összekapcsolásával új aspektusokra támaszkodhatunk. Az új technológiai megoldások megjelenése egyben a pedagógia szükségszerű megújulását jelenti. Ellul (1964) és Postman (1992) már korábban egy olyan társadalmi átalakulásról írtak, amely a technológiát nem csupán támogatóként használja – habár kezdetben az emberiség „szolgája” volt –, hanem általa formálódik is, ez pedig radikális következményekkel jár(hat) például az oktatás és intelligencia területén. Ebből is látszik, hogy mindig is kíváncsisággal fordultak a tudósok a műszaki technológiai haladás társadalmi hatásai irányába. Az azonban tény, hogy a fiatalok minden újra fogékonyak, fogékonyra tehetők, ebben tehát partnernek kell lenni. A fiatalok ugyanis olyan információtömeg (többnyire ábrahalmaz) birtokában vannak, amely révén kétségkívül új ismeretekre lehet szert tenni, de a releváns információk leválogatására, csoportosítására képessé kell tenni őket. Ez egyfajta kihívás a tanítónak, ha figyelembe vesszük azt a körülményt is, hogy a férfiak inkább holisztikus, a nők inkább szeriális kognitív stratégiákat alkalmaznak feladatvégzés, problémamegoldás során.

Az IKT eszközök alkalmazása sikereesebbé teszi a heterogén csoportokban megvalósuló tanítás–tanulás folyamatát (Adesope & Rud, 2019), de a siker akkor realizálódik, ha a tanítók innovatív tanulásszervezési módszereket alkalmaznak (Halász, 2021). Itt megjegyzendő, hogy a különféle videokonferencia platformokon hagyományos pedagógiai módszerekkel tartott tanórák nem azonosak az oktatás, a tanítás–tanulás digitalizálásával (Molnár, 2021a). És nem utolsó sorban a digitális átalakulás ösztönzői mellett megjelennek annak korlátai is, de korunk pedagógiai gyakorlatában az élménypedagógia oktatásmódszertani megoldást nyújt (Molnár, 2021b). E küldetéshez támogatás kell, amikor is kitüntetett szerepe van a C generációnak.

És akkor eljutottunk oda, hogy a fentiek alapján célkitűzésként fogalmazódik meg *Hogyan tanítsunk és tanuljunk ábrázoló geometriát a technikai fejlődés dinamikus változásainak közegében?* E kérdés megválaszolásához abból a sokrétű feladatvégzésből és problémamegoldásból emel ki néhány részletet e rövid kis írás, amelyek mindig jelen voltak az oktatás színterén és amelyekre alapozottan analitikus gondolkodás birtokában kiindulhat egy (szak)módszertani túra. Az éppen adott körülményekhez, nevezetesen az aktuális oktatási (tanítási–tanulási) helyzetekhez illeszkedő módszerek, szakmódszertani elgondolások az oktatásban résztvevőktől azt kívánja meg, hogy képesek legyenek nyitni egymás irányába. Az elfogadva fejlesztés módszerét valló Rogers (2006) szerint csak az nem fél megérteni másokat – még akkor sem, ha azok tőle eltérően gondolkodnak –, aki saját értékeinek tudatában van és önmagával szemben is elfogadó. Ehhez pedig legkifejezőbb módon a hivatásszemélyiség társítható, nevezetesen az, hogy a képességeink legjavával szolgáljunk (Bagdy, 2011).

## 2. Anyag és módszer

A közlemény célkitűzéseként megfogalmazott és a már említett *Hogyan tanítsunk és tanuljunk ábrázoló geometriát a technikai fejlődés dinamikus változásainak közegében?* kérdés megválaszolása alapvetően néhány olyan hazai és külföldi tudós, oktatásirányító, pedagógus rövidebb és hosszabb távú megfigyelésin, tapasztalatain (és saját tapasztalatokon) alapul, amelyek jelen korunkban is modern pedagógiai szellemiséggel bírnak. A teljesség igénye nélkül válogatott irodalmak között egyaránt megtalálhatók a pedagógiai elméletek, de a tudományos igényességgel összegzett kutatási eredményeket közlő írásművek is, illetve a témában történő elmélyedést szolgáló oktatásmódszertani vonatkozású gondolatokat átadó pedagógiai (alap)művek is.

A fentieket figyelembe véve és a tanítói leleményességet felhasználva a következő fejezetek tárják elének ezeket szintetizálva, analitikusan gondolkodva (holisztikus és szeriális szemlélettel), elmélkedve, analogizálva, következtetve, általánosítva. Tudniillik a tudós akkor a legfigyelmesebb, ha ő maga is a kísérleti alanyok egyike.

E közleményben az oktatás (tanítás–tanulás) folyamatában a tanító, mint a tanítási tevékenységet végző tekintendő, míg a tanított a tanulási lehetőséggel felruházott. Az oktató és hallgató kifejezések használata pedig egyértelműen az egyetemi környezetre utalnak.

## 3. Iskolapad vs. katedra

Időről időre eszembe jut Weöres Sándor (1913–1989) költőnk Kisfiúk témáira (1968) c. verse, amely élményszerűen elének tárja és árnyalja a nevelés részeként értelmezendő oktatás kihívásait, akadályait, de ha úgy tetszik, akkor a szépségeit. Hadd legyen szabad idézni a versből egy részletet e gondolatom érzékeltetésére: *„Tüzdelte Zülők! Máskor scináljanak jobb jerekeket. És felelnek a zülők: Kedves Paidagógász Néni! Hun házasodunk hun meg elválunk különb féle jerekekkel kísérletezünk.”* Bizonyítottnak állíthatjuk, hogy ez a kiinduló állapot a különböző letűnt korokkal mit sem változott. Tulajdonképpen egy látszólagos ellentét, hiszen a katedrán állókat és az iskolapadban ülőket is egy közös magasztos cél vezérel, mégpedig az eredményesség. Viszont minden korban elhangzott a modernség iránti igény is, és ennek következtében megindult a modernizálás folyamata. A tanítás és tanulás módszerrendszerét tekintve is igaz, hogy modernnek tekinthető az adott kor elvárásainak, ideológiájának, technikai fejlettségének megfelelő módszerek összessége, ezekhez pedig kétségkívül az adott korrallal azonosulni tudó, haladó felfogású, nyitott személy(ek)nek is társulnia kell tanítóknak és tanítottak személyében egyaránt.

Egy „kekszes doboz” metaforával élve, a kekszes doboz tartalmaz olyan különféle színben, ízben, formában, alakban pompázó kekszeket, amelyek egyszerre több ingerületre is hatással vannak és élményeket hordoznak magukban. Azonban azt a „módszereres dobozt”, amely hatékonyan, az oktatásban közvetlenül érdekelt felek és a külső, közvetetten érdekelt felek megelégedését egyaránt szolgálják, nem

kapjuk meg készen, magunknak kell kialakítani annak tartalmát. Továbbá egyszerre könnyítheti és nehezítheti a módszeres doboz összeállítását, hogy a módszerek összekapcsolásával több, komplexebb módszer is létrehozható. Hazai egyetemi környezetben erre utal a nemzeti felsőoktatásról szóló törvény (Ftv., 2011), amely röviden összefoglalja jogok és kötelezettségek szintjén is az oktatói feladatokat:

*„35. § (1) Az oktatói munkakörben foglalkoztatottat megilleti az a jog, hogy világnézete és értékrendje szerint végezze oktatói munkáját, anélkül, hogy annak elfogadására kényszerítené vagy késztetné a hallgatót.*

*(2) Az oktatással kapcsolatos feladatokat ellátó kötelessége, hogy az ismereteket tárgyilagosan és többoldalúan közvetítse, a jóváhagyott tanterv szerint oktasson és értékeljen, a hallgató emberi méltóságát és jogait tiszteletben tartsa; az oktató tevékenysége során vegye figyelembe a hallgató egyéni képességét, tehetségét, fogadtékosságát.”*

A közlemény további része pedig azokat a konkrét elméleti és gyakorlati megoldásokat mutatja be, amelyek az Ábrázoló geometria tantárgy oktatásakor hasznosíthatók. A rajztanítás és rajzolni tanulás során mindegyik megismerő (kognitív) folyamatra szükség van, nevezetesen az érzékelésre, észlelésre, figyelemre (automatikus, tartós, szelektív), emlékezésre, elképzelésre és gondolkodásra. Azonban az ábrázolás a görög és a nyugati térfelfogás világában különbözött, hiszen a görög észlelési mód alapvetően taktilis (tapintási intuíciók), míg a nyugati gondolkodás karaktere vizuális (látás dominanciája) jelleggel bír. Ez utóbbi pedig a látás racionalizálását is megköveteli (Ivins, 1946). Az ábrázoló geometria ilyen módon „szemhangsúlyos”. Arnheim (1969) vizsgálatai pedig megerősítik, hogy a valóságot csakis az érzékszerveinken keresztül tapasztalhatjuk meg és hogy az észlelés tulajdonképpen a gondolkodással azonosítható és magyarázható, továbbá az egész több, mint a részek együtt. Az aktív hallgatás, avagy értő figyelem pedig a rajzolást tanulóknak és tanítóknak is sajátja.

A műszaki létformát megalapozó logikus gondolkodás és térlátás kifejléséhez tehát a célok tisztán és világosan állnak előttünk: azon munkálkodni, hogyan lehet a legrövidebb idő alatt egy adott diszciplínát, nevezetesen az ábrázoló geometriát alaposan (meg)tanítani és (meg)tanulni. Itt paradoxon áll elő az idői faktor tekintetében, tudniillik az alapos tanítás és tanulás megkívánja, megköveteli a gyakorlást, az elmélyedést, miközben pedig az éberség fenntartása (is) szükséges. Az ábrázoló geometria oktatása során az elmélet több oldalról történő megmutatása mellett tehát a gyakorlás ereje dominál. Egyszerű gyakorlatok sorával fejleszthető a térlátás (szín, fényesség, mélység, mintázat, mozgás), és a fejlett térképzelet igen erős rajzi kifejezőképességgel párosul, amely pedig a műszaki kommunikáció egyik csatornája is. A tanítás színesebbé tétele különösképp sarkallhat önálló tanított tevékenységekre, motiválhat, amivel beindítható egy önszabályozó tanulási folyamat. E folyamat elindításának tere a fizikai/online tanterem, mint interakciós tér. A tanítók részéről minden esetben elvárt azon tanított aktivitások elemzése (a hasznos és haszontalan tevékenységek megfigyelése alapján), amit az oktatási színtérben észlel, ezek alapján mérlegel, dönt, cselekszik az alkalmazott módszertant illetően. Lévén, hogy az ember egy dinamikus, önmagát szervező és szabályozó multistabil

„rendszer”, ezért fontos, hogy a tanító és tanított részéről is legyen meg az az elhatározás, hogy nem akar az oktatási folyamat nyújtotta élmények nélkül élni, de ezt csakis az előbbieken leírtak válthatják ki.

Ne feledjük, hogy a különböző geometriai feladatok elvégzéséhez és geometriai problémák megoldásához algoritmus(ok)ra van szükség. Ezek segítségével lehet „körbenőni” az adott geometriai feladatot/problémát. Az algoritmus tulajdonképpen műveletek sorozata, amelyek az ábrázoló geometriában alapvetően Hilbert (1899) axiómarendszerén alapulnak. Továbbá a műszaki életben (is) előszeretettel alkalmazunk jeleket, jelképeket, melyek célja egyrészt a minél egyszerűbb ábrázolásmód, másrészt pedig a minél nagyobb információsűrűség. A jelek, jelképek ismerete és helyes használata a műszaki kommunikáció rajzi csatornájának lényegi eleme. A műszaki rajzok készítésénél az egyes elemek, részegységek, felületek, anyagok, méretek, tulajdonságok, stb. ábrázolásakor használunk jeleket, jelképeket. Azonban ez az ábrázolásbeli egyszerűsítés nem mehet az egyértelműség rovására (Tóth et al., 2018).

A tanítottak figyelme nem lankad, ha a tanóra lendületes, meghatározott pontjain vizuális vagy zenei betétekkel, stb. támogatott. Ezek segítenek a témával való emocionális azonosulásban, a tanórai aktivitásban és később a tanultak felidézésében (Benedek, 2013). A diszciplínák közötti kapcsolatot keresve például egy ruletták (Weisstein, 1995) alapján megvalósított tánc-koreográfia is szemléletes vagy éppen régi gyerekmondókák, szójátékok is kapcsolódnak a geometriához, például amikor megkérdezik a kis makkot, hogy mi lesz, ha felnő és a válasza, hogy „Geometry” (gee, I’m a tree). A zene pedig közvetlen hang az emberekhez. Már az ókori görögök korában is központi szerepet töltött be, gondoljunk csak a már említett quadriviumra. A zene megmunkáló hatása a tanítás folyamán leginkább figyelemfelhívó, magyarázó. A zene, mint oktatási „segédeszköz” segíti a mediációt, bizonyos információknak az értelmi képességeknek megfelelő kognitív szintre történő lefordítását, vagyis segít egy tananyagrészt érthetővé tenni.

A „zenei” élményekhez kapcsolódóan az alábbiakban olvasható néhány kipróbált és hasznosnak ítélt „tanítói trükk”, amelyeket egyetemi oktatóként már jó néhány éve alkalmazok egy-egy kisebb létszámú gépészmérnök hallgatói csoport esetén (nem kényszerítve őket az elfogadásra, sokkal inkább a gondolatébresztés és a helyes irány megmutatása a cél a komolyság és a humor szimbiózisában):

- megzenésített versekből egy-egy részlet
- filmzenék részletei
- kérések, feladatok elvégzésére történő buzdításokhoz zenés mesefilmekből egy-egy részlet

Az egyetemi fiatalok körében hasznosnak és sikeresnek bizonyult, hogy „újra” népszerűvé teszem azokat a mesefilmeket, amelyeket korábban csak megnéztek, de még nem elemezhettek „műszaki mérnöki” szemmel, nem vontak le belőle tanulságot. Példának okáért a Mickey mouse mesefilmről (a tizenhetedik rész geometriai mondanivalója a felülnézettel kapcsolatosan) szoktam egy-egy rövid részletet vetíteni és rávezetni őket a mondanivalójára. Az ezekhez kapcsolódó ábrázoló geometriai információkat más tantárgyak keretében is felidézik. Ebben az

Internet „kitűnő” partner, hiszen a legtöbb zenei tartalom, kép- és hanganyag hozzáférhető. A technikai fejlődés dinamikus változása tehát adottság. A fejlett technológiák használatát már korábban is szorgalmazták a tanulási hálózatok támogatására. És az is körvonalazódott, hogy egy jó oktatási rendszernek hármас célja van (Illich, 1972):

- egyrészt mindenkinek, aki tanulni akar, hozzáférést kell biztosítani a rendelkezésre álló forrásokhoz (élete során bármikor),
- másrészt felhatalmazza mindazokat, akik meg akarják osztani tudásukat, hogy megtalálják azokat, akik tanulni akarnak tőlük,
- harmadrészt pedig lehetőséget ad mindazoknak, akik egy kérdéskört a nyilvánosság elé akarnak tárni, hogy megismertethessék azt.

A fentiek értelmében a módszertani innováció folyamata az oktatásban is az inspiráció, vízió, vizsgálat/elemzés, kreativitás, kifejlesztés, csapatmunka, eredmény (siker) részfolyamatokkal jellemezhető. Az az igazi innováció, amikor a tanítói és tanított élmény együttesen van jelen. A leleményesség mind a tanító, mind pedig a tanított legfőbb sajátossága. Egy-egy módszert kétségkívül az előnyei sarkallnak alkalmazásra, de nem hagyhatjuk figyelmen kívül a hátrányokat sem. A tanításra és tanulásra egyaránt érzékeny, közös normarendszerrel bíró és egymással tartós interakcióban lévő fantáziadús egyének esetén az alkalmazott módszerek hatásrendszere determinált. A közép szinten érettségizett fiatal felnőttek esetében kerülendő még az információs entrópia, a jelentés nélküli felesleg, azonban az emelt szinten érettségizettek többsége kihívásnak értékeli és megküzd vele.

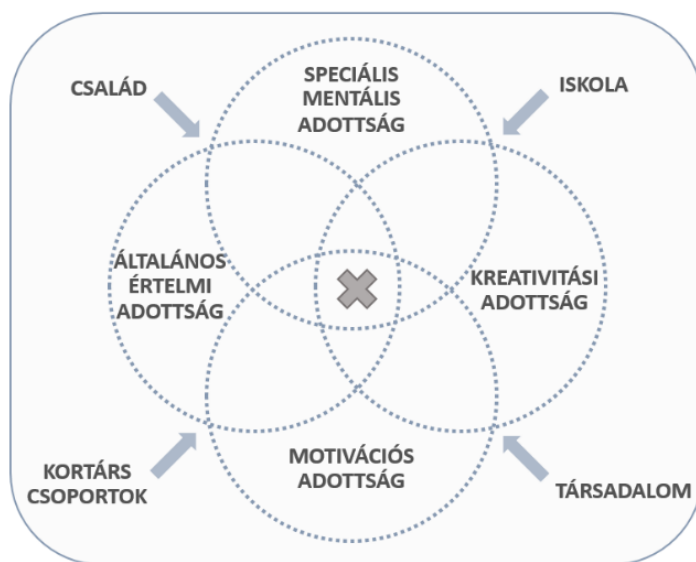
Kétségkívül sokat alakult a módszertani repertoár, sok elem azonban nem új, inkább csak nem volt elterjedt. Az egyes módszerek valójában kiegészítik egymást. És egy folyamatban az állandóságot éppen a változatossággal tudjuk elérni, hiszen a megelőző elem mindig „hangolja” az őt követő elemet: a tanítás folyamatában a megelőző tanóra mindig a következő tanóra hangol, hogy a fiatalok várakozással és vágyakozással tekinthessenek a jövőbe. Lévén, hogy a tanulás komplex folyamat, ezért a tanulási tevékenységet – elsősorban a formális tanulást – a tér-idő, az interaktivitás mértéke, a mobilitás lehetősége és a kapcsolati háló alapvetően befolyásolják. Csak olyan célok elérése lehetséges, amihez megteremtettük az alapokat. Esetünkben ez megfeleltethető az érdeklődés felkeltésének (maga a ráhangolódás), hogy a geometria világa csodálatos.

Előre bocsátva a következő fejezet egyik mondanivalóját, azok a módszerek hatékonyabbak, amelyek nem csupán egy-egy oktatási időszak végére tervezik a minősítést, hanem az adott oktatási időszak teljes tartamában lehetőséget adnak az értékelésre. Ez utóbbi „észrevétlenül”, vagyis distressz nélkül tudja mérni a teljesítményt, sokkal inkább az eustressz van jelen a feladatvégzések és problémamegoldások során, ami hatékonyságnövelő. És még tovább folytatva a gondolatot, az is lehetővé válik, hogy bizonyos tanulási nehézségekkel küzdő fiatalok is bekapcsolódjanak a tanóra folyamatába és még ha lassabban is, de fejlődésük biztosított egy közösségi kötelékben. Vagyis ilyen módon fejlődhet a kreativitás is, hiszen a kisgyermekkorban a sírással kivívott figyelmet (Ranschburg, 2009) kellene tovább fenntartani az élet során. Lévén, hogy az embereknek

szükségük van a figyelemre, a meghallgatásra, a kommunikációra. De megjelenik az a gondolat is, hogy az iskola megöli a kreativitást... (Robinson, 2007).

A tanítás–tanulás folyamatának hatékony térbeli és időbeli menedzseléséhez a kivételes képességekkel bíró tanítottakat pedig a képességeikhez igazodóan kell irányítani a tanulás folyamatában. A Renzulli-féle modell azonosítja a tehetség-összetevőket, nevezetesen az átlag feletti általános képességeket (úgy mint elvont gondolkodás, nyelvi képességek, jó memória), az átlagot meghaladó speciális képességeket (nyelvi, zenei, matematikai-logikai, vizuális-téri, testi-mozgásos, szociális-interperszonális, intraperszonális), a kreativitást (eredetiség, rugalmasság) és nem utolsósorban a feladat iránti elkötelezettséget (érdeklődés, kitartás). Ahhoz azonban, hogy valaki géniusz legyen, új világot kell teremteni. Az adottságok valóra váltásához energia kell és külső tényezőktől (család, iskola, kortárs csoportok, társadalom) is függ. Tehát az, hogy valaki tehetséges, jelenti azt, hogy benne sokkal több lehetőség rejlik, egy igazi reménység, egy ígéret. A talentum pedig, amikor valaki képes valóra váltani a tehetséget. Vagyis a tehetség az adottság (amilyen géneket öröklünk), a többi függ a másik négy faktortól. Ilyen módon a szellemi képességek modellje tulajdonképpen 2x4 faktoros ún. talentum-modell (1. ábra).

1. ábra: Talentum-modell



Forrás: Czeizel (2012) nyomán

Kontrasztként megjelenik azonban az is, hogy a természettudomány pedig azt diktálja nekünk, hogy átlagosnak lenni jó (nem jó a magas vérnyomás, mert...; nem jó az alacsony vérnyomás, mert...; nem jó a magas vércukorszint, mert...; nem jó az alacsony vércukorszint, mert...), egyetlen egy kivétel van, az okosság. Itt fontos megjegyezni azonban, hogy nem a nagyon okos emberek viszik előre az emberiséget, hanem a kreatív géniuszok, akiknek másképp jár az esze, másképpen gondolkodnak (Getzels–Jackson, 1962; Czeizel, 2012). E témával kapcsolatosan érdemes még megismerni Gardner többszörös intelligencia elméletét is.



#### 4. „Rajztábla” – mint közösségi tevékenység

Mielőtt egy példa (egy „rajztábla”) érzékeltetné a kíváncsiság, a fantázia, az alkotási vágy és a belefeledkezés erejét, párhuzamként említhető Madách Imre (1823–1864) Az ember tragédiája c. művében az egyik utópisztikus színben, a Tizenkettedik színben (Falanszter udvara) megelevenedő jelenet. *„AZ AGGASTYÁN: Rendetlenül hagyád el műhelyed. MICHELANGELO: Igen, mert mindig széklábat csináltam, És azt is a leghitványabb alakra. Soká könyörgtem, hagyják módosítnom, Engedjék, hogy véssék rá holmi díszet, Nem engedék. Kivántam változásul A szék támláját, mindent hasztalan. Megőrüléshez voltam már közel, S otthagytam a kint, ott a műhelyet.”* E jelenet olyan tanórának tekinthető, ahol a legtehetségesebbeket is arra kényszerítik, hogy egy előre meghatározott munkát végezzenek: Michelangelo-nak egyforma széklábakat kell faragnia (Madách, 1862).

Egy ilyen típusú tanórán az egyéniség igen szofisztikált módon történő akaratos elnyomása figyelhető meg és vele együtt a kreativitás, a szellemi frissesség is háttérbe szorul. A természetes kíváncsiság megőrzésének fontossága pedig elvitathatatlan. A gépies feladatok a már említett fantázia és alkotási vágy ellen dolgoznak, amiket pedig a műszaki élet nélkülözni aligha tud. A technikai haladás, avagy a műszaki haladás és a kíváncsiság, fantázia, kreativitás elválaszthatatlanok egymástól.

Az iskolában (példának okáért az egyetemen) egy-egy ábrázoló geometria tanóra legyen intellektuális túra, amely úgy kezdődik, hogy *„Jöjjetek én hozzám...”* (Máté 11,28), mert geometria nélkül az élet értelmetlen. Az énnymaték, az én egyediségének kimunkálása fokozatosan történhet, oktatási hétről oktatási hétre.

Az érdemi munka a 0. ösvényen kezdődik: bevezetés, tudománytörténeti kalauzolás. A fokozatosság elve szerint ezeket követhetik az axiómák, elvek, szabályok, módszerek algoritmizálása és azok begyakorlása, egyszerű és összetett geometriai feladatok elvégzése, majd egyszerű és bonyolult problémák megoldása és egy „rajztábla” elkészítése. A rajzolás ugyanis egy önkifejezési módszer. A kézi rajznak pedig lelke van, tükrözi a személyiséget.

Az egyetemi hallgatói lét életkora a befogadóképesség szempontjából éppen csúcsideőszak vagy azzá tehető oktatói mentorálással, tutorálással. Habár e csúcsideőszakon belül rövidebb völgyidőszakok is előfordulnak, azonban ezek nem meghatározóak az eredményesség szempontjából, ezért e közlemény nem foglalkozik a hatásával. A Comenius-i modellt követve, nyáron nincs iskola és egy tanóra 45 perc. Ezt ugyan az egyetemi foglalkozások felülírják a tanórák megkettőzésével, de oktatóként 45 perc eltelte után észrevétlenül beiktatható egy rövid elterelő elbeszélés vagy az előző fejezetben említett „zenei” trükkök is bevethetők. A hallgatók tulajdonképpen egymás játszótársai, akik kooperáció alkalmával kisebb tanított csoportokban közös vagy egyéni célért dolgoznak. Ezt oly módon érhetik el, hogy mindenki külön-külön megosztja a többi részvevővel a saját tudását, ugyanis mindenki dolgozik a saját részén, majd összeillesztik és harmonizálják a közös dokumentumot. Így jön létre a végeredmény. Míg kollaborációról akkor beszélünk, ha a részvevők együtt dolgoznak, egymás ötleteiből inspirálódnak egy közös jövőkép vagy cél érdekében (Kertész, 2015),

tulajdonképpen az együttműködés magasabb szintje. Az alábbiakban bemutatott „rajztábla” elkészítés során a kis tanulócsoportok célja minden esetben az, hogy teljesítsék a feladatot, megoldják a problémát és ezt a csoport tagjai csakis közös munkával (Kertesz, 2015) érhetik el. A tanítottak aktivitásának elemzésével pedig a tanítók értékelhetik, átgondolhatják pedagógiai gyakorlatukat, reflektálhatnak arra. Ebben a ciklusismétlődési (észlel, mérlegel, eldönt, cselekszik) mechanizmus alkalmazása lehet segítség.

A projekt módszerként is alkalmazható „RAJZTÁBLA”-készítés az alábbi mozzanatokkal jellemezhető:

- Központi témája a geometria (rajzok) kommunikációs ereje.
- Inspirációként Fekete István (1900–1970) Tüskevár c. művének egy részlete szolgált, ugyanis az ábrázoló geometria tárgyú művek tanulmányozása nem feltétlenül nyugtázza le a fiatal felnőtteket az egyetemi tanulmányaik során: *„A felégés tehát óvatossá és előkelővé szabályozta Tutajosunk mozdulatait, ami rá is fért kajla egyéniségére. Gyula reménytelenül gondolt a napra, amelynek a jelek szerint ebben a szobában kell eltelnie, legalábbis délutánig, mert Nancsi néni úgy határozott, hogy: „Majd alkonyattal sétálgathatsz kicsit az udvaron.” ... Mit lehet itt csinálni? – nézett körül az égett ifjú, és megakadt a szeme a zömök, tej üveges szekrényen ... Tutajosunk azonnal látta, hogy még a leégésben is van valami jó, mert az olajozott rabság nélkül talán eszébe sem jutott volna a szekrényt kinyitni. A felső polcon könyvek voltak, de külalajjuk nem ígért semmi jót, és Tutajosnak ilyesemben csalhatatlan szimatja volt, Találomra kiemelt egy könyvet: “Ábrázoló geometria”... Gyula azonnal visszatette a könyvet, tisztelettel bár, de tétovázás nélkül.” (Fekete, 1957)*
- A kidolgozás 0. lépéseként gondolatébresztő, ötletgeneráló kérdéseket fogalmaz meg a tanító a tanítottak felé: Mivel foglalkozik a geometria? Miért szükségesek (szükségesek?) a rajzok? Melyek lehetnek a kommunikáció formái? Hogyan lehet rajzokkal kommunikálni? Milyen tantárgyakhoz kapcsolódik a téma? Melyek a kapcsolódási pontok? Kézi rajzolás vs. géppel rajzolás?
- Az összetett cél megfogalmazása:
- egyéb tudományterületi ismeretek, tudomány- és technikatörténet (elődök és tudósok) bővülése, kapcsolat a hét szabad művészet között
- szövegértés, lényegkiemelés
- feladat/problémacentrikus logikus gondolkodás kialakulása, fejlődése
- divergens gondolkodásmód (kreativitás) fejlődése
- kezdeményezőképeség fejlődése, kommunikációs készség és vitakészség fejlődése (vitakultúra kialakulása)
- monotoniatűrési erősödése algoritmusok gyakorlása által
- absztrakciós és asszociációs készség fejlődése
- kritikus gondolkodás előtérbe helyezése, kockázatértékelés
- digitális kompetenciák (az Internet közvetítette tartalmak magabiztos, kritikus és etikus használata) megerősödése

- időbeosztás, fegyelmezetttség iránti alázat megjelenése
- önállóság, szocializáció (társas tolerancia), együttműködés és felelősség iránti igény
- esztétikai igény kialakulása
- szabatos szakmai nyelv- és jelhasználat
- tanítotti és tanítói élménytöbblet
- Kiscsoportok (3–4 fő) kialakulása/kialakítása (a megadott és/vagy választott téma feldolgozására önállóan szerveződnek a (kis)csoportok), avagy inkább egy közös oktatási szintérben egymás játszótársai, akik belefeledkeznek a feladatokba, problémákba és közben észrevétlenül alkotnak.
- Projekt jellegének meghatározása:
- folyamatorientált: A kiscsoportok feladata egy-egy résztémában, hogy a lehető legtöbb összefüggést és a kapcsolódási pontokat is felfedjék.
- multidiszciplináris: A megadott téma feldolgozása alapvetően a tananyaghoz kapcsolódóan történik, de az egyéb tantárgyi kapcsolódásokkal tantárgyközi (diszciplinákon átívelő) jelleget is ölt.
- szintetizáló: A szemeszter során megszerzett tudás rendszerezése a tanórákon előzetesen készített saját rajzok felhasználása által.
- A kidolgozás időtartamát tekintve ideális nyolc tanóra időtartam a szemeszter végén.
- Az elvárt produktum egy „interaktív digitális rajztábla” (poszter/képeslap/abló formájában) elkészítése, továbbá egy rövid (6–8 feladatos/kérdéses) kvíz és/vagy szabadulószoza összeállítása. Vagyis szisztematikusan bemutatni, hogy a szemléletesség hogyan érhető el hardverekkel és szoftverekkel támogatott rajzolás esetén.
- Érdeműs értékelés:
- a tanítottak teljesítményének értékelése (produktum értékelésének szempontjai – összhatás + tevékenység elemek/munkafolyamatok értékelése, saját ötletek megjelenítése, munkavégzés önállósága, eszköz/technika, logikus felépítés), amelynek része az önértékelés, a tanítotti értékelés, illetve a tanítói értékelés
- tanulási folyamat ellenőrzése

Az *1. táblázat* megnevezi az egyes tevékenységeket (gondolkodási folyamatok, gyakorlati tevékenységek), valamint a tevékenységek időigényét és egymásba fonódását, egymásutánosságát/egyidejűségét. Míg a *2. ábra* az összekapcsolható diszciplinák/tantárgyak/műveltségi területek azonosítását szemlélteti.

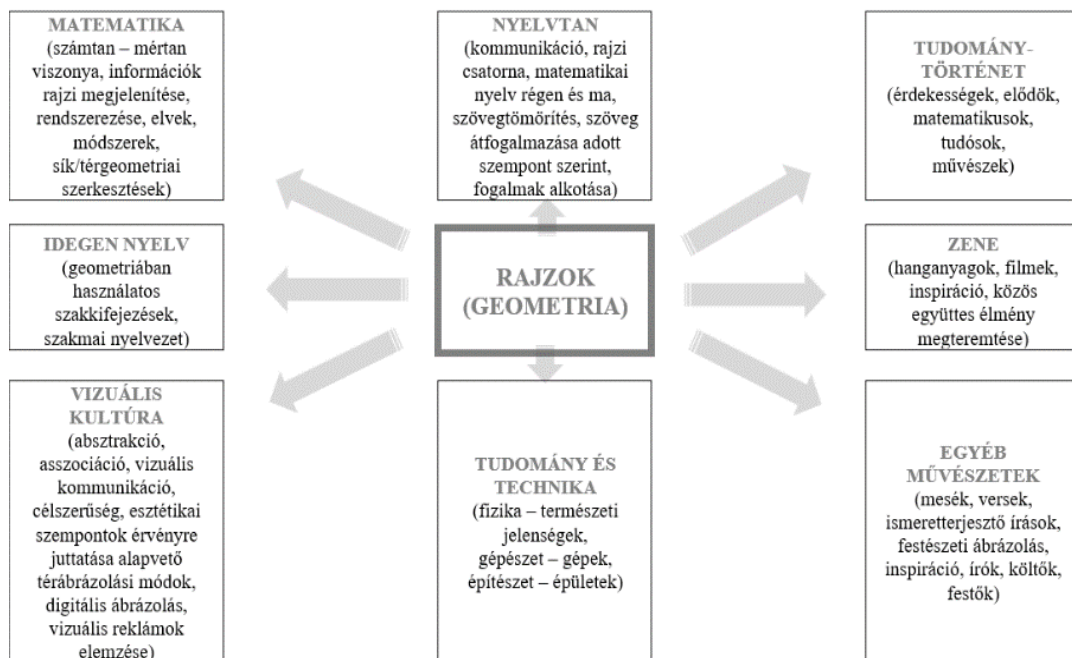
A nem hierarchiában történő gondolkodás a „rajztábla” elkészítésekor különösen értékesnek bizonyult, mégpedig a tanítottak közötti, illetve a tanító és tanítottak közötti kooperáción túlmenően a kollaboráció igénye és a működtetésre való képesség formájában megnyilvánulva. Tehát a sokat hangoztatott tanítotti élmény mellett megjelent a tanítói élmény is.

## 1. táblázat: Gantt diagram a munkafázisokkal

időegység/ tevékenység	1 tanóra	1 tanóra	1 tanóra	1 tanóra	2 tanóra	1 tanóra	1 tanóra
feladat átbeszélése (koncepcionálás), eszmecsere, munkavégzés menetének megtervezése	///						
előkészítő fázis (adatgyűjtés, informálódás, töprengés stb.)		///					
ötletbörze, ötletselejteződés			///				
források, eszközök meghatározása				///			
munkamódszerek, technikák megválasztása				///			
egyéni munka					///	///	///
csoporthoz tartozó tevékenység, együtt gondolkodás							///
termék véglegesítése csoporthoz tartozóan (fogalmak, illusztrációk elrendezése)							///
(köztes) értékelés				///			///

Forrás: A szerző saját szerkesztése.

## 2. ábra: „RAJZTÁBLA” – avagy a geometria kommunikációs ereje (interaktív digitális rajztábla, diszciplínák kapcsolati hálója)



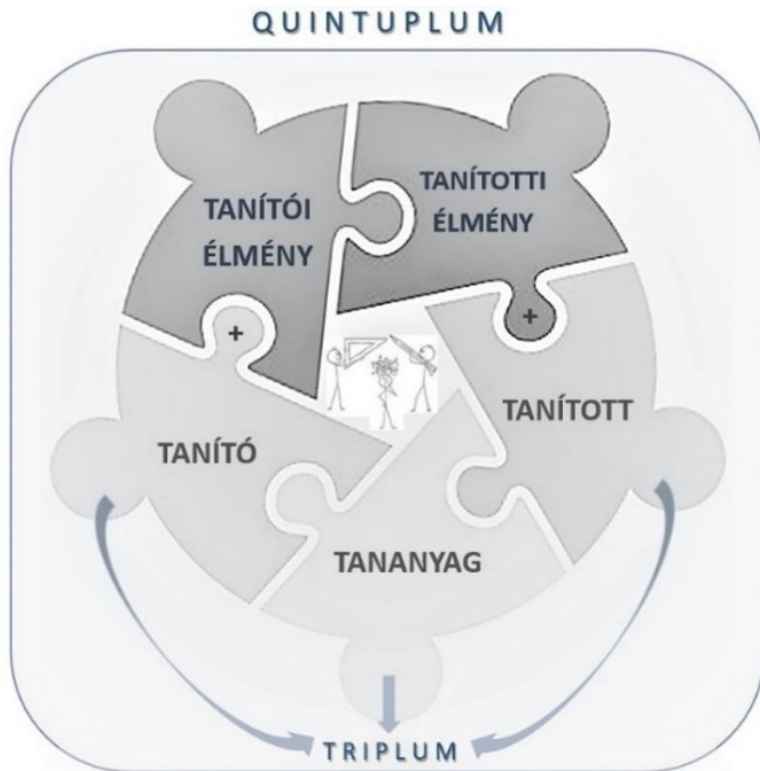
Forrás: A szerző saját szerkesztése.

A célkitűzésként megfogalmazott kérdés megválaszolásához hozzátartozik az is, hogy a tanítás–tanulás folyamatában hármassá egységként ún. Triplum modellként értelmezhető a tanító–tananyag–tanított viszonya. Ennek a kapcsolatnak pedig

közvetlennek és dinamikusnak kell lennie, végső soron a tanító és a tanított közös munkája a tananyag feldolgozásában nyilvánul meg. Tapasztalataim szerint egy-egy tanóra akkor lesz „élménypoggyász”, ha a lelkesítésre koncentráló módszerek és modern technikai eszközök közül azokat választjuk, amelyek oly módon szolgálnak addicionális élményforrásként, hogy tanított és tanító is belefeledkezik a saját tevékenységébe, vagyis a tanítotti és a tanítói élmény egyaránt meghatározó. A Triplum modell e szempontokkal kiegészülve pedig ötös egységként ún. Quintuplum modellként foglalható rendszerbe (3. ábra).

Itt megjegyzendő azonban, hogy az „élményalapúság” a jelenlegi, de még inkább a jövőbeni oktatásnak is mozgatórugója, amely kihívásokkal szembesít. Mégpedig, hogy az intuitív elképzelések racionális kidolgozása minden diszciplína, minden tantárgy vonatkozásában elvárt olyan módon, hogy gondolkodás tekintetében az asszimiláció és az akkomodáció is tetten érhető legyen.

### 3. ábra: Módszertani kihívás – Triplum és Quintuplum modell



Forrás: A szerző saját szerkesztése.

## 5. Összegzés

E rövid kis szemle megírása előtt egy posztgraduális képzés keretében volt alkalmam tanulmányozni a nevelés fogalmi rendszerét, illetve a nevelés színtereit és a nevelési tartományokat, valamint a didaktikai alapelveket. Ezt követte a válogatott (szak)irodalmak azon módszertani mondanivalójának kiemelése, amelyek az ábrázoló geometria világában történő tanítói és tanítotti kiteljesedéshez

mindenképpen szükségesek és alkalmazandók. Az ábrázoló geometria tipikusan az a tantárgy, amely egyszerre csiszolja a fegyelmezett gondolkodás szeleteit és támaszkodik is azokra.

A szakirodalmi információk kiegészültek a személyes impresszióim alapján formálódott véleményemmel, nevezetesen, hogy a környezet, illetve egy adott környezet miként befolyásolja a tanítotti viselkedést/aktivitást – különös hangsúlyt helyezve a (műszaki) kommunikációra (rajzi csatorna), a kooperációra és kollaborációra, a türelmes párbeszédre, a pszichés komfortérzetre, valamint az önszabályozási képességre. A technikai fejlődés dinamikus változásainak közegében meg kell tanulnunk egymással, egymástól tanulni. Ennek szolgálatába állítható egy interaktív digitális rajztábla közös elkészítése, amely dekonvolúciós alkalmazással ötvözi a hagyományos és a modern módszertani elemeket, technikákat a konvertálható tudás megszilárdításához. A konvertálható tudás bizonyítéka – a ráismerést és megismerést magunk mögött hagyva – a kíváncsiság ihlette alkotás. A konvertálható tudáshoz vezető ösvényen a tanítói és tanítotti élmény együttes jelenlétét pedig azok a módszerek garantálják, amelyek irreálisan racionálisak. Az elégséges alap elve mentén a tanító–tananyag–tanított kapcsolatát a Triplum modell jellemzi, amely a tanítói és tanítotti élményekkel kiegészítve Quintuplum modellel fejleszthető. És egy ilyen modellben mindennek meg kell, hogy legyen a maga oka, de a „kekszes doboz” mintájára összeállítandó módszertanos doboz elemeinek kiválasztásakor mindvégig szem előtt kell tartanunk Széchenyi István (1791–1860) intelmeit: „*Menj előre, s törj utat, hol eddig még ösvény sem volt.*”

## Irodalomjegyzék

- Adesope, O. O., Rud, A. G. (2019): Maximizing the affordances of contemporary technologies in education – Promises and Possibilities. *Springer Nature*, pp. 1–16
- Apáczai Cs. J. (1653): *Magyar Encyclopedia. Ötödik rész: „A mennyiségek megméréséről” (geometria)*. Ex Officina Joannis a Waesberge, Ultrajecti (Utrecht), 487 p.
- Arnheim, R. (1969): *Visual thinking*. University of California Press, Berkeley - Los Angeles - London, 345 p.
- Bagdy E. (2011): Hivatásszemélyiség. <[https://www.youtube.com/watch?v=TCmIk58WN\\_8](https://www.youtube.com/watch?v=TCmIk58WN_8)> (2021.03.14.)
- Benedek A. (szerk.) (2013): *Digitális pedagógia*. Typotex Kiadó, Budapest, 312 p.
- Beregszászi P. (1822): A rajzolás tudományának kezdete. Debreczenbenn nyomtatott Tóth Ferentz által, 116 p. <<http://real-r.mtak.hu/874/1/000911028.pdf>> (2021.09.09.)
- Czeizel E. (2012): Tehetség – Táalentum. <<https://www.youtube.com/watch?v=QqNuGZvpizg>> (2021.03.14.)
- Ellul, J. (1964): *The technological society*. Vintage Books, New York, 449 p.
- Fekete I. (1957): *Tűskevár*. Móra Ferenc Könyvkiadó, Budapest, 345 p.
- Friml A. (1913): Az 1777-iki Ratio Educationis. Kath. Középiszkolai Tanáregyesület, Budapest, 271 p. <<http://mek.oszk.hu/06500/06559/06559.pdf>> (2021.09.09.)
- Getzels, J. W., Jackson, P. W. (1962): *Creativity and intelligence*. Wiley, New York, 293 p.
- Halász G. (2021): A tanulás és tanítás minősége és eredményessége az egyetemeken. *Magyar Tudomány* 182/11, pp. 1477–1487 <[https://mersz.hu/hivatkozas/matud202111\\_f67887#matud202111\\_f67887](https://mersz.hu/hivatkozas/matud202111_f67887#matud202111_f67887)> (2021.12.09.)
- Hilbert, D. (1899): *The Foundation of Geometry (Grundlagen der Geometrie)*. Teubner, Leipzig, 287 p.
- Illich, I. (1972): *Deschooling society*. Harper & Row, United States, 116 p.

- Ivins, W. M. (1946): *Art and geometry*. Harvard Press, Cambridge, 135 p.
- Károli G. (ford.) (2001): *Szent Biblia – Újszövetség*. Máté evangéliuma.
- Kertész J. (2015): Kollaboráció vs. kooperáció. <<https://medium.com/@juditkertesz/kollaboracio-vs-kooperacio-4ee2252e01b2>> (2021.03.14.)
- Kövi I. (1871): *Útmutatás a természet után való rajzolásban*. (Távlat- s árnytan.), Pest
- Kövi I. (1871): *Derékszögű vetülettan leendő mérnökök, építésszek, gépészek, bányászok s erdészek, nemkülönböztetve rajzbani műkedvelők magánoktatására*. Pest
- Kövi I. (1875): *Ábrázoló mértan* (126, a szövegbe nyomott idommal). Budapest
- Madách I. (1862): *Az ember tragédiája*. XII. szín: Falanszter. Kisfaludy-Társaság, Pest, 218 p. <<https://mek.oszk.hu/00900/00914/html/madach12.htm>> (2021.03.14.)
- Maszák H. (1873): *Útmutató az elemi rajztanításban*. Magyar Királyi Tud. Egyetemi Nyomda, Buda, 76 p.
- Molnár Gy. (2021a): Az IKT szerepe a felsőoktatás megújításában. *Magyar Tudomány*, 2021/11 <[https://mersz.hu/hivatkozas/matud202111\\_f67888#matud202111\\_f67888](https://mersz.hu/hivatkozas/matud202111_f67888#matud202111_f67888)> (2021.12.09.)
- Molnár Gy. (2021b): Hogyan tovább digitális oktatás – kihívások és lehetőségek tapasztalatai a Covid és a Posztcovid időszakokban. In: Buda, A; Kiss, E (szerk.), *Interdiszciplináris pedagógia a bizonytalanság korában.*, Debrecen, p. 44
- Postman, N. (1992): *Technopoly: The surrender of culture to technology*. Vintage Books, New York, 222 p.
- Ranschburg J. (2009): Vegyük-e föl a gyereket? Nyitott Akadémia <<https://www.youtube.com/watch?v=aAMis5NOdG4>> (2021.09.09.)
- Robinson, K. (2007): Do schools kill the creativity? TED Ideas Worth Spreading lecture. <<https://www.youtube.com/watch?v=iG9CE55wbtY>> (megtekintés: 2021.09.09.)
- Rogers, C. R. (2006): *Valakivé válni*. Edge 2000 Kiadó, Budapest, 518 p.
- Sárvári P. (1804): A rajzolás mesterségének kezdete. A rajzolásbann gyönyörködő tanuló ifjak és gyermekek kedvéért. Debreczenbenn nyomtatta Csáthy György, 199 p. <<https://books.google.hu/>> (2021.09.09.)
- Tóth P., Simonics I., Manojlovic, H., Duchon J.(szerk.) (2018): *Új kihívások és pedagógiai innovációk a szakképzésben és a felsőoktatásban*. Óbudai Egyetem Trefort Ágoston Mérnökpedagógiai Központ, Budapest, 736 p. (pp. 164–185)
- Weissstein, E. (1995): Wolfram MathWorld (built with Mathematica Technology, the site is updated daily). Wolfram Research <<https://mathworld.wolfram.com/topics/Roulettes.html>> (2021.09.09.)
2011. évi CCIV. törvény a nemzeti felsőoktatásról <<https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=a1100204.tv>> (2021.09.09.)